

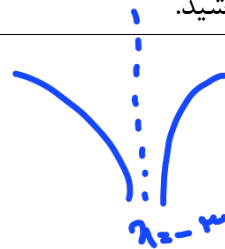
محل مهر مدرسه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۱	بسمه تعالی مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۴ قم دبیرستان غیر دولتی دخترانه هدی متوسطه دوم آزمون نوبت اول (دی ماه) سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴ تعداد صفحه: تعداد سوال:	نام و نام خانوادگی:
	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه نام دبیر: خانم دهنوی نیاز به پاسخنامه دارد		سوالات درس: حسابان ۲ پایه / رشته: ریاضی
تاریخ تصحیح: ۱۴۰۳/۱۰/ نمره: با عدد () نمره با حروف: () امضای دبیر: ()			

بارم	سوال	ردیف
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) نمودار تابع $y = x^3$ در بازه $[0, 1]$ پایین تر از نمودار $y = x^2$ قرار دارد. ✓</p> <p>ب) نمودار تابع $y = f(-x)$ قرینه ی نمودار تابع $y = f(x)$ نسبت به محور x هاست. ✗</p> <p>پ) اگر توابع f و g در یک فاصله اکیدا صعودی باشند، آنگاه تابع $f + g$ نیز در این فاصله اکیدا صعودی است. ✓</p> <p>ت) $x - 2$ یک عامل چندجمله ای $x^5 + 32$ می باشد. ✓</p>	۱
۱/۵	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>الف) برد تابع $y = 3 \sin x$ برابر است با $[-3, 3]$.</p> <p>پ) اگر $\log(x + 1) \leq \log(2x - 3)$ مجموعه جواب این نامعادله برابر است با $x > 4$.</p> <p>ت) دوره تناوب تابع $y = 5 \cos\left(\frac{x}{3}\right)$ برابر است با 6π.</p>	۲
۰/۵	<p>گزینه صحیح را انتخاب کنید.</p> <p>الف) با توجه به محورهای سینوس و تانژانت اگر $\frac{\pi}{4} < \alpha < \pi$ اگر باشد کدام یک از موارد زیر درست است؟</p> <p>۱) $\sin \alpha < \tan \alpha$ ۲) $\sin \alpha = \tan \alpha$ ۳) $\sin \alpha > \tan \alpha$ ۴) $\tan \alpha < \sin \alpha$</p> <p>ب) مجانب قائم $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x - 3}$ عبارتست از:</p> <p>۱) $x = -1$ ۲) $x = 3$ ۳) $x = -1, x = 3$ ۴) هیچ کدام</p>	۳
۱/۵	<p>نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = -f(2x + 1)$ را رسم نموده و دامنه و برد آن را مشخص نمایید.</p> <p>Handwritten solutions for the domain and range of g(x):</p> <p>Domain: $[-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}]$ (pink)</p> <p>Range: $[-3, 3]$ (pink)</p>	۴

بارم	ادامه سوالات	ردیف
۲	<p>ابتدا نمودار تابع زیر را رسم کنید و سپس بازه هایی را که در آن تابع اکیدا صعودی، اکیدا نزولی و یا ثابت است را مشخص کنید.</p> $f(x) = \begin{cases} -x - 2 & x < -2 \\ 1 & -2 < x < 1 \\ (x-1)^2 + 2 & x > 1 \end{cases}$ <p>ثابت: $(-2, 1)$ اکیدا صعودی: $(1, +\infty)$ اکیدا نزولی: $(-\infty, -2)$</p>	۵
۱/۵	<p>a و b را طوری تعیین کنید که $f(x) = x^3 + ax + b$ بر $x + 2$ بخش پذیر بوده و باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $x - 1$ برابر ۳ باشد.</p> <p>$f(-2) = 0 \rightarrow -8 - 2a + b = 0 \rightarrow -2a + b = 8$ $f(1) = 3 \rightarrow 1 + a + b = 3 \rightarrow a + b = 2 \rightarrow 2a + 2b = 4 \rightarrow 3b = 12 \rightarrow b = 4$ $a = -2$</p>	۶
۱/۵	<p>با توجه به شکل ضابطه ی مربوط به نمودار داده شده را بنویسید.</p> $y = a \cos bx + c$ <p>$\text{Max} = 3 \quad \text{min} = 1 \quad T = \pi$</p> <p>$a = \frac{\text{Max} - \text{min}}{2} = \frac{3-1}{2} = 1 \rightarrow a = -1$ $c = \frac{\text{Max} + \text{min}}{2} = \frac{4}{2} = 2 \rightarrow c = 2$ $T = \frac{2\pi}{ b } \rightarrow \pi = \frac{2\pi}{ b } \rightarrow b = \frac{1}{2}$</p> <p>$y = -\cos \frac{1}{2}x + 2$</p>	۷
۲/۵	<p>معادلات زیر را حل کنید.</p> <p>الف) $4 \sin x \cdot \cos x = \sqrt{3} \rightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{6}$ $x = k\pi + \frac{2\pi}{3}$</p> <p>ب) $\cos x - 1 = 2 \sin^2 x$ $\cos x - 1 - 2(1 - \cos^2 x) = 0 \rightarrow 2\cos^2 x + \cos x - 3 = 0 \rightarrow 2t^2 + t - 3 = 0 \rightarrow 2t - 3 = 0 \rightarrow t = \frac{3}{2}$ $t = 1, t = \frac{3}{2}$ $\cos x = 1 \rightarrow x = 2k\pi$</p>	۸
۱/۲۵	<p>در شکل زیر رابطه ی بین زاویه ی دید دوربین β با فاصله افقی آن با تابلو نقاشی را به دست آورید.</p> <p>$\tan \beta = \tan(\theta - \alpha) = \frac{\tan \theta - \tan \alpha}{1 + \tan \theta \times \tan \alpha}$</p> <p>$\tan \beta = \frac{\frac{3}{x} - \frac{1.5}{x}}{1 + \frac{3}{x} \times \frac{1.5}{x}} \rightarrow \tan \beta = \frac{\frac{1.5}{x}}{\frac{x^2 + 4.5}{x^2}} = \frac{1.5x}{x^2 + 4.5}$</p>	۹
۱	<p>وضعیت نمودار تابع $y = \frac{2x-1}{x^2+2x+1}$ در همسایگی $x = -1$ چگونه است و چرا؟</p>	۱۰
۳	<p>حدهای زیر را محاسبه کنید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-3}{([x]-2)^2} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x + \sin^2 x}{x^2} = \frac{x + x^2}{x^2} = \frac{x(1+x)}{x^2} = \frac{1+x}{x} = 1$</p> <p>پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 4x + 3}{(x-1)^3} = \frac{x^2}{x^3} = \frac{1}{x} = 0$</p> <p>ت) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x = \frac{\sin \frac{\pi}{2}}{\cos \frac{\pi}{2}} = \frac{1}{0^-} = -\infty$</p>	۱۱

بارم	ادامه سوالات	ردیف
۰/۷۵	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^r + x^{-1}}{6x^{n-2}x+1} = -\frac{1}{2}$ اگر n و a مقادیر n را به دست آورید.	۱۲
۱/۲۵	مجانب های افقی و قائم نمودار تابع مقابل را در صورت وجود به دست آورید.	۱۳
۰/۷۵	برای تابع f که نمودار آن داده شده است، موارد زیر را به دست آورید.	۱۴
۰/۷۵	الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ پ) $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = +\infty$	
۲۰	جمع نمره ها	موفق و سربلند باشید.

$$y = \frac{x^{-1}}{(x+1)^2} \rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^{-1}}{(x+1)^2} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$



سنا